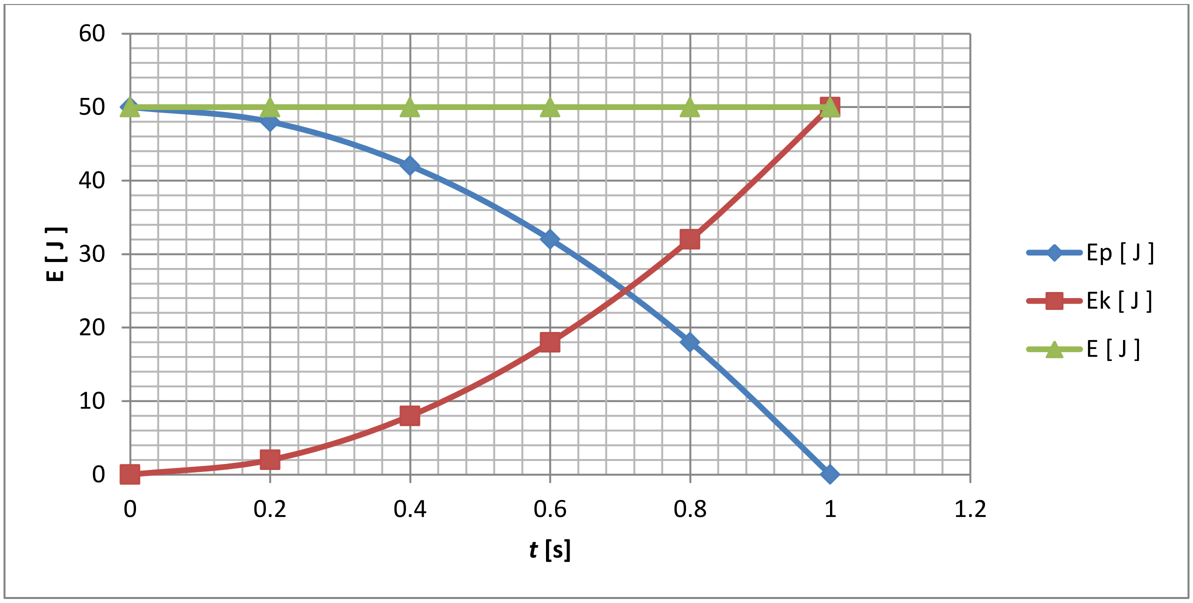
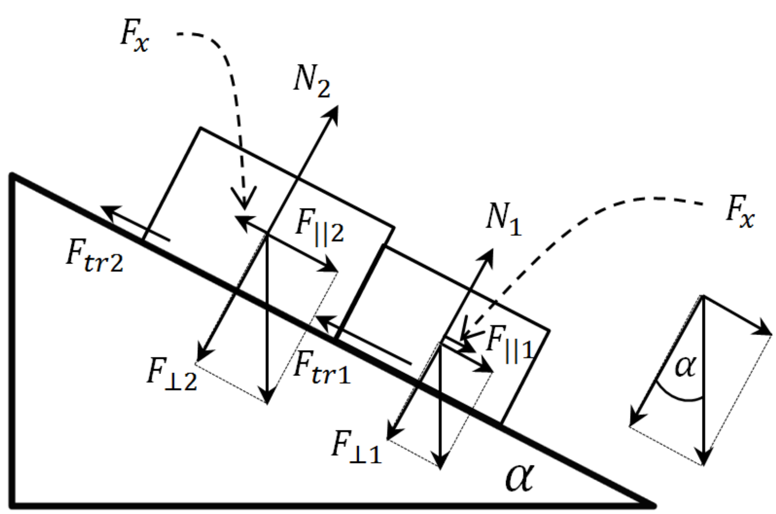
1. Neka je pristisak u tečnosti na nivou gornje površine tijela p_1, a na nivou donje površine p_2. Uslov ravnoteže tijela je: $mg = (p_2 - p_1)S$ (**4 boda**). Masa tijela može biti zapisana kao $m = \rho V = \rho SH$ (**1 bod**), pa uslov ravnoteže glasi: $\rho gSH = (p_2 - p_1)S$ (**2 boda**), odnosno $\rho gH = (p_2 - p_1)$(*)(**1 bod**). Neka je x veličina koja određuje koliko je tijelo potopljeno u donju tečnost. Razlika pritisaka, koristeći definiciju hidrostatičkog pritiska, iznosi $p_2 - p_1 = \rho_1 g(H - x) + \rho_2 gx$ (**4 boda**). Prostom transformacijom ovog izraza dobija se $p_2 - p_1 = \rho_1 gH + (\rho_2 - \rho_1)gx$ (**)(**2 boda**). Izjednačavajući lijevu stranu jednakosti (*) i desnu stranu jednakosti (**), dobija se sljedeći izraz: $\rho gH = \rho_1 gH + (\rho_2 - \rho_1)gx$ (**4 boda**). Iz ovoga, lako je izraziti veličinu x, pa je konačno $x = \frac{(\rho - \rho_1)H}{\rho_2 - \rho_1}$ (**2 boda**).

2. Iz zakona održanja energije zaključuje se da je ukupuna energija kugle $= E_p + E_k = E_{kmax} = E_{pmax}$, gdje su E_p i E_k potencijalna, odnosno kinetička energija kugle u proizvoljnom trenutku, a E_{pmax} i E_{kmax} njihove maksimalne vrijednosti. E_p je maksimalno u početnom položaju, a E_k u trenutku udara o tlo (**2 boda**). Lako se vidi da se kugla baca sa visine $h = \frac{v^2}{2g} = 5$ m (**2 boda**). Neka su E_{px} i E_{kx} potencijalna i kinetička energija u trenutku kad se ove dvije energije izjednače. Važi da je $E = E_{kmax} = \frac{1}{2}mv^2 = E_{px} + E_{kx} = 2E_{kx}$. Slijedi da je $E_{kx} = \frac{1}{4}mv^2$ (**2 boda**). Brzina u trenutku izjednačavanja kinetičke i potencijalne energije dobija se iz definicije kinetičke energije: $E_{kx} = \frac{1}{4}mv^2 = \frac{1}{2}m{v_x}^2 \Rightarrow v_x = \frac{\sqrt{2}}{2}v \approx$ 7,1 m/s (**3 boda**). Trenutak u kom se to desilo jednak je $t_x = \frac{v_x}{g} = \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{v}{g} = 0{,}71$ s (**3 boda**). Zavisnost energija od vremena se lako nalazi koristeći izraze za potencijalnu i kinetičku energiju uz jednačine kretanja pri slobodnom padu: $E_k(t) = \frac{1}{2}m\big(v(t)\big)^2 = \frac{1}{2}mg^2t^2$ i $E_p(t) = mgh(t) = mg(h - \frac{1}{2}gt^2)$ (**4 boda**). U grafik (**4 boda**) unijeti sljedeće vrijednosti:

t[s]	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$E_p(t)$[J]	50	48	42	32	18	0
$E_k(t)$[J]	0	2	8	18	32	50



3. Pravilno nacrtana slika (**5 bodova**). S obzirom da je $\mu_1 > \mu_2$ oba tijela će se kretati zajedno nekim ubrzanjem a, pa ih možemo posmatrati kao jedno tijelo mase $m_1 + m_2$ (**2 boda**). Sa slike se vidi da je $F_{||1} + F_{||2} - (F_{tr1} + F_{tr2}) = (m_1 + m_2)a$ (*), gdje su $F_{||1} = m_1 g/2$ i $F_{||2} = m_2 g/2$ paralelne komponente sile Zemljine teže prvog i drugog tijela, $F_{tr1} = \mu_1 N_1 = \mu_1 F_{\perp 1} = \mu_1 m_1 g\sqrt{3}/2$ i $F_{tr2} = \mu_2 N_2 = \mu_2 F_{\perp 2} = \mu_2 m_2 g\sqrt{3}/2$ sile trenja (**5 bodova**). Jednačine kretanja za svako tijelo posebno imaju sljedeći oblik: $F_{||1} + F_x - F_{tr1} = m_1 a$ i $F_{||2} - F_x - F_{tr2} = m_2 a$, gdje je F_x tražena sila uzajamnog djelovanja (**4 boda**). Zbir posljednja dva izraza daje izraz (*). Izjednačavajući lijeve strane zbira i izraza (*), dobija se da je $F_x = \frac{m_1 m_2 g\sqrt{3}}{2(m_1+m_2)}(\mu_1 - \mu_2) = 0.52$ N (**4 boda**).



4. Put koji tijelo pređe u N-toj sekundi slobodnog pada jednako je razlici puta koji pređe za N sekundi i puta koji pređe za N-1 sekundu, tj. $s_N = s(t_N) - s(t_{N-1}) = \frac{1}{2}g(t_N^2 - t_{N-1}^2)$, što je isto kao i $s_N = \frac{1}{2}g(N^2 - (N-1)^2) = \frac{1}{2}g(2N-1)$, u odgovarajućim jedinicama (**8 bodova**). Srednja brzina u N-toj sekundi računa se kao $v_{srN} = \frac{s(t_N)-s(t_{N-1})}{t_N - t_{N-1}} = \frac{s_N}{1\ \mathrm{s}} = \frac{1}{2}g(2N-1)$ (*), gdje N broji sekunde i uzima vrijednosti 1, 2, 3,… (**8 bodova**). Iz formule (*) za različito N imamo da je $v_{sr1} = \frac{1}{2}g$, $v_{sr2} = \frac{1}{2}g \cdot 3$, $v_{sr3} = \frac{1}{2}g \cdot 5$, itd. Lako se vidi da je $v_{sr1} : v_{sr2} : v_{sr3} : \ldots : v_{srN} = 1 : 3 : 5 : \ldots : (2N-1)$ (**4 boda**). Napomena: rješenje se prihvata i ukoliko je takmičar koristio induktivni metod.

5. Potrebno je naći koje vrijeme sat pokazuje u trenutku poklapanja kazaljki između 8 i 9 časova, a kasnije između 9 i 10 časova. Posmatra se kretanje vrha velike i male kazaljke. Velika kazaljka opiše pun krug za polovinu dana (12 sati), a mala za jedan sat. Brzine kazaljki su date izrazima: $v_V = \frac{2\pi r_V}{1\ \mathrm{h}}$ i $v_M = \frac{2\pi r_M}{12\ \mathrm{h}}$ (**3 boda**). Razmatra se trenutak polaska. Dok vrh male kazaljke pređe put $\Delta s'$, velika kazaljka za isto vrijeme ($t_V = t_M$) pređe 2/3 punog kruga (prolazi 40. minut) i luk Δs koji odgovara luku $\Delta s'$, dakle $s + \Delta s$, gdje je $s = \frac{2}{3}2\pi r_V$ (**3 boda**). Lako se vidi da važi sljedeći odnos: $\Delta s : \Delta s' = r_V : r_M$ (**3 boda**) $t_V = t_M \Rightarrow \frac{s+\Delta s}{v_V} = \frac{\Delta s\prime}{v_M} \Rightarrow \Delta s' = \frac{r_M . v_M \cdot s}{v_V r_M - v_M r_V}$ (**3 boda**). Izraz za Δs uvrštava se u izraz za vrijeme: $t_V = t_M = \frac{\Delta s\prime}{v_M} = \frac{r_M . s}{v_V r_M - v_M r_V} = \frac{8}{11}\mathrm{h} = 43\ \mathrm{min}\ 38\ \mathrm{s}$. Dakle, Nikola i društvo su započeli šetnju u tačno u 8 časova 43 minuta i 38 sekundi (**3 boda**). Na sličan način nalazi se i trenutak završetka šetnje, s tim da je u ovom slučaju $s = \frac{3}{4}2\pi r$ (velika kazaljka prolazi 45. minut). Trenutak završetka šetnje je 9 časova 49 minuta 5 sekundi (**3 boda**). Put koji su prešli za ovo vrijeme jednak je: $L = v\Delta t = 5454\ \mathrm{m}$ (**2 boda**).